COMPTE RENDU
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MARS 1847.

PRÉSIDENCE DE M. ADOLPHE BRONGNIART.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce la perte douloureuse que l'Académie vient de faire dans la personne de M. **Benjamin Delessert**, décédé le 1er mars 1847.

A l'occasion du procès-verbal, M. **Milne Edwards** présente les observations suivantes :

« Dans notre dernière séance, M. Serres m'a adressé quelques remarques à l'occasion de la présentation des Mémoires de MM. Prevost, Lebert et Baudement; n'ayant pu avoir communication de l'article dans lequel mon savant collègue se proposait de résumer ses observations, j'ai cru devoir ajourner l'impression de ma réponse. Aujourd'hui que j'ai sous les yeux cet article, il me semble inutile de reproduire ma réplique; car, pour le lecteur des *Comptes rendus*, elle ne paraîtrait pas avoir été motivée par l'argumentation de mon savant collègue. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Système de chemins de fer à roues motrices horizontales.* (Note de M. **Seguier**.)

M. le baron Seguier place sous les yeux de ses collègues, des modèles de locomotive et de wagon d'enrayage appropriés à son système de chemin de fer à roues motrices horizontales; en les faisant plusieurs fois fonctionner sur un plan incliné très-rapide, il fait comprendre comment, à

l'aide de son dispositif mécanique, la cause d'adhérence des roues motrices sur la voie peut être trouvée dans la résistance même du convoi. Il fait aussi remarquer que le même principe de construction permet d'établir un frein aussi puissant que sûr, agissant de lui-même ou à la volonté d'un garde-frein, toutes les fois que cela est nécessaire. M. Seguier croit avoir ainsi pratiquement justifié les propositions qu'il avait eu l'honneur de formuler devant l'Académie, dans ses précédentes communications à l'occasion des chemins de fer.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Démonstration générale du théorème de Fermat, sur l'impossibilité, en nombres entiers, de l'équation* $x^n + y^n = z^n$; *par* M. **Lamé**.

« On sait qu'il suffit de démontrer cette impossibilité pour les cas où l'exposant n est un nombre premier. On possède des démonstrations particulières, relatives aux exposants 3, 5, 7; elles sont fondées sur la décomposition en deux facteurs du premier membre de l'équation. Mais quand on passe aux exposants 11, 13, 17, 19, etc., on se trouve arrêté par la trop grande inégalité des deux facteurs. Je cherchais depuis longtemps un genre de démonstration, applicable à tous les cas, et qui fût en quelque sorte indépendant de la grandeur de l'exposant, lorsque, il y a quelques mois, j'en causai avec M. Liouville; il me parut convaincu que la propriété négative, énoncée par Fermat, devait dépendre de certains facteurs complexes, récemment étudiés par les géomètres qui s'occupent de la théorie des nombres. C'était une nouvelle voie que je n'avais pas explorée; je l'ai suivie, et je suis parvenu au mode de démonstration que je vais exposer, et qui me paraît justifier la prévision de M. Liouville.

§ I.

» Les nombres complexes qu'il faut considérer, pour chaque exposant, ou nombre premier n, sont de la forme

$$(1) \qquad A = \alpha_0 + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2 + \ldots + \alpha_{n-1} r^{n-1};$$

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$, sont des nombres entiers, r est une des racines imaginaires de l'équation $r^n - 1 = 0$, ou de celle-ci

$$(2) \qquad 0 = 1 + r + r^2 + \ldots + r^{n-1}.$$

Les autres racines sont, comme l'on sait, $r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}$; si l'on pose généralement

$$(3) \qquad z_i = r^i + r^{n-i} = r^i + \frac{1}{r^i},$$

les $\frac{n-1}{2}$ valeurs de z_i sont les racines réelles d'une équation $\varphi(z)=0$, que l'on compose facilement.

» Si l'on retranche du nombre A(1) le second membre de l'équation (2) multiplié par l'un des coefficients $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$, on fera disparaître tel terme qu'on voudra. Plus généralement, on peut augmenter ou diminuer à la fois d'un même nombre d'unités ces coefficients entiers; toutes ces transformations ne changeront que l'expression du nombre complexe A. Cette indétermination dans la forme cesse, quand on fait disparaître un des termes, le dernier par exemple; mais on détruit la symétrie. Quand on conserve le nombre complexe sous la forme (1), pour qu'il ne soit pas divisible par un entier, il faut, et il suffit, que les restes de la division de tous les coefficients, par cet entier, ne soient pas égaux.

» Si l'on multiplie successivement A par $r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}$, en réduisant à chaque fois les puissances de r, on obtient la série de n nombres, A, Ar, A$r^2, \ldots,$ Ar^{n-1}, que nous désignerons par A, A′, A″, ..., $A^{(n-1)}$. Les $n^{\text{ièmes}}$ puissances de tous ces nombres sont égales.

» Si l'on substitue successivement à la racine r, dans A ou A(r), les autres racines $r^2, r^3, r^4, \ldots, r^{n-1}$, en réduisant aussi, à chaque fois, les puissances de r, on obtient une autre série de $(n-1)$ nombres, $A(r), A(r^2), A(r^3), \ldots, A(r^{n-1})$, que nous désignerons par $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{n-1}$. Le produit $A_1 A_2 A_3 \ldots A_{n-1}$ est une fonction symétrique des racines de l'équation (2); ce produit sera donc une fonction entière, et du degré $(n-1)$, des coefficients $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$, et, par conséquent, un nombre entier; nous le désignerons sous le nom de *module* du nombre A. Ce module est essentiellement de la forme quadratique $Y^2 \pm nZ^2$: le signe + ayant lieu, si le nombre premier n est de la forme $4i+3$, et le signe −, s'il est de la forme $4i+1$. Nous appellerons les nombres $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$, les *sous-facteurs du module;* A est un de ces sous-facteurs. Quand le module est un nombre premier, A est un *sous-facteur premier*. Quand le module est un nombre composé de plusieurs facteurs premiers, A est le produit d'autant de sous-facteurs premiers correspondants, ou bien ce produit multiplié par un nombre complexe dont le module soit l'unité.

» La fonction de $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1}$, qui forme le module, reste la même lorsqu'on augmente ou diminue d'un même nombre, soit ces coefficients eux-mêmes, soit leurs indices, en ayant soin de réduire ceux de ces indices qui surpasseraient n, ou ceux qui leur seraient inférieurs; c'est-à-dire que le module de A n'est pas affecté par toutes les transformations

qu'on peut faire subir à l'expression (1), et que ce module est aussi celui de $A^{(i)}$. En outre, $A^{(i)}$ ou Ar^i correspond au même sous-facteur que A, le multiplicateur r^i ayant pour module l'unité.

» Le nombre A sera *divisible* par un autre nombre complexe $D = \delta_0 + \delta_1 r + \delta_2 r^2 + \ldots + \delta_{n-1} r^{n-1}$, dont les coefficients entiers sont donnés, s'il est possible de satisfaire à l'équation

$$\alpha_0 + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2 + \ldots + \alpha_{n-1} r^{n-1}$$
$$= (\delta_0 + \delta_1 r + \delta_2 r^2 + \ldots + \delta_{n-1} r^{n-1})(\varepsilon_0 + \varepsilon_1 r + \varepsilon_2 r^2 + \ldots + \varepsilon_{n-1} r^{n-1})$$

par des valeurs entières de $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{n-1}$; il le sera encore, s'il peut suffire, pour remplir cette condition, d'augmenter d'un même nombre tous les coefficients α, ou tous les coefficients δ. Dans ce cas de divisibilité, le nombre complexe $E = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 r + \varepsilon_2 r^2 + \ldots + \varepsilon_{n-1} r^{n-1}$ sera le quotient de A par D; A sera aussi divisible par $D^{(i)}$, et le quotient sera $E^{(n-i)}$. Le module de A sera le produit des modules de D et de E.

§ II.

» Soient maintenant un autre nombre complexe

$$B = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 r^2 + \ldots + \beta_{n-1} r^{n-1},$$

et la série de n nombres $B, B', B'', \ldots, B^{(n-1)}$ qui lui correspond. La somme $(A^n + B^n)$ des $n^{ièmes}$ puissances de A et B est divisible par $(A + B)$; cette somme est identiquement égale à $[(A^{(i)})^n + B]$, quel que soit i; elle est donc pareillement divisible par $A' + B$, par $A'' + B, \ldots$, par $A^{(n-1)} + B$. D'ailleurs, elle n'est autre que le produit de ces n diviseurs : en effet, la série des nombres $A, A', A'', \ldots, A^{(n-1)}$ se forme en multipliant successivement A par les n racines $r^{(0)}, r', r'', \ldots, r^{(n-1)}$ de l'équation $r^n - 1 = 0$; et si l'on désigne généralement par S_k la somme des produits de k facteurs, qu'on peut former avec ces racines, on aura

$$\begin{aligned}&(B + A)(B + A')\ldots[B + A^{(n-1)}]\\ &= [B + Ar^{(0)}](B + Ar')(B + Ar'')\ldots[B + Ar^{(n-1)}]\\ &= B^n + S_1 AB^{n-1} + S_2 A^2 B^{n-2} + \ldots + S_n A^n = B^n + A^n;\end{aligned}$$

car, d'après la composition de l'équation aux racines $r^{(0)}, r', \ldots, r^{(n-1)}$, on a

$$S_1 = 0,\ S_2 = 0, \ldots,\ S_{n-1} = 0,\ S_1 = 1.$$

» Or on peut mettre ce produit sous une autre forme, et poser

$$(5)\quad A^n + B^n = (A + B)[A' + B^{(n-1)}][A'' + B^{(n-2)}]\ldots[A^{(i)} + B^{(n-i)}]\ldots[A^{(n-1)} + B'].$$

En effet, on reconnaît facilement que

$$A' + B^{(n-1)} = r^{n-1}(B + A''),$$
$$A'' + B^{(n-2)} = r^{n-2}(B + A^{\text{iv}}),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$A^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + B^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = r^{\frac{n+1}{2}}[B + A^{(n-1)}],$$
$$A^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} + B^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} = r^{\frac{n-1}{2}}(B + A'),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$A^{(n-2)} + B'' = r^2[B + A^{(n-4)}],$$
$$A^{(n-1)} + B' = r[B + A^{(n-2)}];$$

d'où il résulte que le second membre de l'équation (5) est égal à

$$(A^n + B^n)\, r^p = A^n + B^n,$$

car l'exposant p, égal à la somme $1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)$, ou à $\frac{n(n-1)}{2}$, est un multiple de n.

» Ainsi, la somme des $n^{\text{ièmes}}$ puissances de deux nombres complexes de la forme (1) est décomposable en n facteurs complexes de la même forme. Ces n facteurs ont entre eux des relations nécessaires. Si l'on adopte pour ce produit la forme du second membre de l'équation (5), dont la loi est facile à saisir, et que l'on désigne généralement ces facteurs par $M^{(i)}$, l'indice i étant le même que celui de A, on démontre facilement que la somme de deux quelconques de ces facteurs est égale à un troisième de ces mêmes facteurs, multiplié par l'une des valeurs de z_i (3); car on trouve

$$M^{(i)} + M^{(i')} = z_{\left(\frac{i'-i}{2}\right)} . M^{\left(\frac{i'+i}{2}\right)}, \tag{6}$$

en ayant soin d'augmenter de n l'un des indices, quand ils sont de parités contraires, ce qui ne change pas le nombre dont l'indice est augmenté.

» Les n nombres complexes $M, M', M'', \ldots, M^{(n-1)}$ vérifient donc $\frac{n(n-1)}{2}$ équations, semblables à l'équation (6), ou à celle-ci, citée pour exemple,

$$M' + M''' = z_1 M''. \tag{7}$$

Toutes ces relations peuvent être groupées de deux manières.

» Chaque nombre $M^{(i)}$ est facteur du second membre, dans $\frac{n-1}{2}$ équations, dont le premier membre est la somme de deux des $(n-1)$ autres nombres, associés de telle sorte que la somme de leurs indices soit la même. De là, et de la définition que nous avons donnée pour la divisibilité, on déduit cette conséquence, que, si un nombre complexe δ divise deux des n nombres $M, M', M'', \ldots, M^{(n-1)}$, il divisera nécessairement tous les autres.

» Chaque racine z_i est facteur du second membre dans n équations, dont le premier membre est la somme de deux des n nombres $M, M', M'', \ldots, M^{(n-1)}$, associés de telle sorte que la différence de leurs indices soit la même. De là suit cette autre conséquence, qu'un nombre complexe z_i, ou z_1 par exemple, (ou même l'un des sous-facteurs de z_i s'il en avait), ne peut diviser un seul des n facteurs $M, M', \ldots, M^{(n-1)}$, sans diviser aussi tous les autres.

» Il résulte enfin de ces deux conséquences, que la somme des $n^{\text{ièmes}}$ puissances de deux nombres complexes est égale à un produit de cette forme

$$A^n + B^n = k^n\, m\, m'\, m'' \ldots m^{(n-1)}, \tag{8}$$

k étant un nombre formé du produit de tous les nombres complexes qui pouvaient diviser à la fois deux des nombres $M, M', \ldots, M^{(n-1)}$, et, par suite, tous les autres; $m, m', m'', \ldots, m^{(n-1)}$, étant des nombres complexes, non divisibles, deux à deux par un même facteur complexe, ni seul à seul par aucune des valeurs de z_i; et ces nombres $m^{(i)}$ vérifient toutes les équations (6), en sorte qu'on a, par exemple,

$$m' + m''' = z_1\, m''. \tag{9}$$

» Ainsi, la somme des $n^{\text{ièmes}}$ puissances de deux nombres complexes de la forme (1) ne saurait être divisible par une puissance de z_i (3), de z_1 par exemple, dont l'exposant ne serait pas un multiple de n.

§ III.

» Actuellement, si l'on veut rendre le produit

$$k^n\, m\, m'\, m'' \ldots m^{(n-1)}$$

égal à la $n^{\text{ième}}$ puissance d'un nombre complexe C, il faudra que les nombres $m, m', m'', \ldots, m^{(n-1)}$, qui n'admettent plus de diviseur commun, même deux à deux, soient respectivement égaux à des $n^{\text{ièmes}}$ puissances; c'est-à-dire qu'il faudra poser

$$\left\{\begin{array}{l} C = k\, \mu\, \mu'\, \mu'' \ldots \mu^{(n-1)}, \\ m = \mu^n, \quad m' = \mu'^n, \quad m'' = \mu''^n, \ldots, m^{(n-1)} = \mu^{(n-1)n}. \end{array}\right. \tag{10}$$

Mais les relations, telles que (9), ne permettent pas de prendre $\mu, \mu', \ldots, \mu^{(n-1)}$ arbitrairement; il faudra, entre autres conditions, que les nombres complexes μ'^n, μ''^n, μ'''^n vérifient l'équation

$$(11) \qquad \mu'^n + \mu'''^n = z_1 \mu''^n.$$

Or, pour que cette équation (11) fût possible, il faudrait nécessairement que la somme des $n^{\text{ièmes}}$ puissances des nombres complexes μ' et μ''' fût divisible par z_1^{jn+1}, ce qui est impossible. On démontre d'ailleurs que $z_1 = r + r^{(n-1)}$ ne peut être la $n^{\text{ième}}$ puissance d'un nombre complexe.

» Il est donc impossible de satisfaire à l'équation

$$(12) \qquad A^n + B^n = C^n$$

en prenant pour A, B, C des nombres complexes de la forme (1).

» Toutefois, le cas de $n = 3$ échappe à ce genre de démonstration, car alors il n'y a qu'une seule valeur de z_i, laquelle est -1, et tout le système des équations (6), exprimé en μ, μ', μ'', se réduit à l'équation nnique

$$(13) \qquad \mu^3 + \mu'^3 + \mu''^3 = 0;$$

en sorte que l'impossibilité de l'équation (12), dans le cas particulier de $n = 3$, exige que l'on ait recours à l'ancien mode de démonstration.

» Le théorème de Fermat, pour $n > 3$, n'est qu'un cas particulier de celui qui vient d'être démontré; car si A et B sont des entiers, ou s'ils se réduisent à α_0, β_0, M sera entier, ainsi que C, k, μ; mais $\mu', \mu'', \ldots, \mu^{(n-1)}$ seront toujours des nombres complexes : seulement, leur produit devra être un module entier, c'est-à-dire que $\mu, \mu', \ldots, \mu^{(n-1)}$ devront être les sous-facteurs d'un nombre entier de la forme $Y^2 \pm nZ^2$; enfin, les relations telles que (11) seront encore nécessaires, et la conclusion d'impossibilité sera la même. »

Observations de M. Liouville.

« Dans la communication qu'il vient de faire à l'Académie, M. Lamé a bien voulu déclarer qu'il a suivi une idée dont je lui avais fait part autrefois : celle d'introduire des nombres complexes dérivés de l'équation binôme $r^n - 1 = 0$ dans la théorie de l'équation $x^n - y^n = z^n$, pour essayer d'en conclure l'impossibilité de cette dernière équation, soit en nombres entiers ordinaires, soit même en nombres complexes de la forme indiquée. Une telle idée n'a rien de neuf en soi, et a dû se présenter naturel-

lement aux géomètres d'après la forme du binôme $x^n - y^n$. Je n'en ai d'ailleurs déduit aucune démonstration satisfaisante, et, à vrai dire, je ne me suis même jamais occupé sérieusement de l'équation $x^n - y^n = z^n$. Toutefois, quelques essais me portaient à croire qu'il faudrait d'abord chercher à établir pour les nouveaux nombres complexes un théorème analogue à la proposition élémentaire pour les nombres entiers ordinaires, qu'un produit ne peut être décomposé en facteurs premiers que d'une seule manière. L'analyse de M. Lamé me confirme dans ce sentiment; elle a besoin, ce me semble, du théorème dont je parle: et pourtant je ne vois pas que notre confrère soit entré, à ce sujet, dans les détails que la matière paraît exiger. N'y a-t-il pas là une lacune à remplir? Je soumets cette observation à notre confrère, mais en exprimant la ferme espérance qu'il viendra à bout de toutes les difficultés, et qu'il obtiendra un nouveau et plus éclatant triomphe dans cette question épineuse où il s'est déjà tant distingué. Je rappellerai, en terminant, que depuis M. Gauss, et même depuis Euler et Lagrange, les géomètres se sont souvent occupés de nombres complexes. Le tome XVII de nos Mémoires renferme un grand travail de M. Cauchy, où ceux de ces nombres qui se rattachent à l'équation $r^n - 1 = 0$, jouent un rôle important. Mais pour le point spécial que j'ai signalé tout à l'heure, c'est surtout dans un article de M. Jacobi (*Journal de Mathématiques*, tome VIII, page 268), que l'on pourra trouver des renseignements utiles. »

A la suite de la lecture faite par M. Lamé, M. **Cauchy** prend aussi la parole et rappelle un Mémoire qu'il a présenté à l'Académie dans une précédente séance (19 octobre 1846), et qui a été paraphé, à cette époque, par l'un de MM. les Secrétaires perpétuels. Dans ce Mémoire, M. Cauchy exposait une méthode et des formules qui étaient, en partie, relatives à la théorie des nombres, et qui lui avaient semblé pouvoir conduire à la démonstration du dernier théorème de Fermat. Détourné par d'autres travaux, M. Cauchy n'a pas eu le temps de s'assurer si cette conjecture était fondée. D'ailleurs, la méthode dont il s'agit était très-différente de celle que M. Lamé paraît avoir suivie, et pourra devenir l'objet d'un nouvel article.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la découverte du siége distinct de la sensibilité et de la motricité; par* M. **Flourens**.

« M. Magendie m'a demandé d'exposer les raisons sur lesquelles je me suis appuyé pour ne citer que M. Charles Bell à propos de la découverte du siége distinct de la *sensibilité* et de la *motricité* dans la moelle épinière.

Voici ces raisons. Mais, avant d'aller plus loin, je prie l'Académie de bien considérer que je ne cherche pas ici des preuves contre mon honorable con frère ; je cherche seulement à justifier mon opinion.

» J'ai pensé, pendant plusieurs années, que, dans la découverte des fonctions distinctes des *racines postérieures* et des *racines antérieures*, de la *région postérieure* et de la *région antérieure* de la moelle épinière, l'idée première était à M. Bell, et la première expérience à M. Magendie. Je l'ai pensé, et je l'ai écrit.

» En rendant compte, en 1833, dans le *Journal des Savants*, de l'ouvrage de M. Bell, traduit en français par M. Genest(1), je m'exprimais ainsi : « Ce » que nous appelons un nerf est un organe très-composé; l'organe simple » est le *filet nerveux* : il ne suffit donc pas de soumettre le *nerf total* à l'ex- » périence; c'est chacun des *filets nerveux* dont le nerf total se compose, » qu'il faut que l'expérience atteigne; car c'est dans ces *filets nerveux* seuls » que les *propriétés* se montrent distinctes et isolées.

» C'est là qu'est proprement la grande vue qui domine tout l'ouvrage de » M. Bell; c'est dans cette analyse expérimentale, qui ne se borne plus au » *nerf total*, mais qui atteint successivement chacun des *éléments primitifs* » du nerf, qu'est la source de tous ces résultats, pour la plupart si neufs et » si remarquables, dont il a enrichi la physiologie.

» En effet, son attention étant une fois portée sur les filets nerveux *pri-* » *mitifs* ou *constitutifs*, il a bientôt senti l'importance d'étudier surtout les » *racines des nerfs*, c'est-à-dire le point même où tous ces *filets* se mon- » trent complétement distincts et isolés(2). »

» J'ajoutais, presque aussitôt : « D'un côté, M. Bell accorde beaucoup » trop aux conjectures et aux déductions tirées de la seule anatomie; et » pourtant personne ne sait mieux que lui quelle est la confusion dans la- » quelle les anatomistes avaient laissé jusqu'ici les caractères propres des » différents nerfs. D'un autre côté, il accorde trop peu à l'expérience ; et » aussi est-ce faute de s'être assez empressé d'avoir recours à l'expérience » qu'il a laissé un physiologiste français, M. Magendie, partager avec lui la » gloire de l'une de ses plus belles découvertes : celle de la fonction distincte » des *racines postérieures* et *antérieures*(3). »

---

(1) *Exposition du Système naturel des nerfs du corps humain, suivie des Mémoires sur le même sujet*, etc. Paris, 1825.

(2) *Journal des Savants;* année 1833, p. 261.

(3) *Ibid.*, p. 266.

» Voilà ce que je pensais, ce que j'écrivais en 1833. Mais, en 1842, est survenu un fait qui a beaucoup influé sur mon opinion.

» En 1842, l'Académie a décerné le prix de physiologie expérimentale à M. Longet, pour quatre Mémoires réunis, dont l'un portait ce titre : *Mémoire sur les fonctions sensoriales et motrices des cordons de la moelle épinière et des racines des nerfs qui en émanent* (1).

» Dans ce Mémoire, M. Longet ne s'attribue point l'honneur de l'idée des fonctions distinctes des deux ordres de *racines*, des deux ordres de *régions* de la moelle épinière; il laisse cet honneur à M. Bell : il ne s'attribue que le mérite des premières expériences, positives et décisives; et c'est à ce mérite que la Commission décerna le prix.

» Pourquoi M. Magendie n'a-t-il pas alors pris la parole? Assurément, s'il eût réclamé, s'il eût dit : Les expériences que vous couronnez dans M. Longet, sont mes expériences, la Commission se serait arrêtée. Elle aurait, du moins, discuté sa réclamation. Mais point du tout : M. Magendie n'a rien dit; il s'est tû. Son silence a été la première cause de mon erreur.

» Je me hâte de reconnaître que j'avais mal interprété le silence de mon honorable confrère. Je vais plus loin, je déclare que j'ai eu tort d'attacher à ce silence une valeur quelconque.

» Un auteur est toujours libre de réclamer ou de ne pas réclamer. Son silence ne saurait affaiblir ses titres. Les droits scientifiques fondés sur des preuves écrites, imprimées, authentiques, résistent à tout : à l'oubli, au silence, à l'injustice. De tels droits sont imprescriptibles.

» Il ne reste plus, dans mon esprit, qu'un seul fait en faveur de M. Bell contre M. Magendie, et ce fait est le passage suivant qui se trouve dans un Mémoire de M. Bell, publié en 1811 :

« Je trouvai, dit M. Bell dans ce Mémoire, que l'excitation de la partie » antérieure de la moelle épinière causait des contractions musculaires, beau- » coup plus constamment que l'excitation de sa partie postérieure, mais » j'éprouvai de la difficulté à léser isolément ces deux parties. Ensuite, con- » sidérant que les nerfs spinaux ont une double racine, et pensant que les » propriétés différentes des nerfs dérivent de leurs connexions avec l'encé- » phale, je crus avoir une occasion favorable de vérifier mon opinion par » l'expérience, et de prouver que des filets nerveux possédant des attributions » différentes étaient contenus dans le même tronc et entourés de la même » gaîne : après avoir mis à nu les racines des nerfs spinaux, je coupai les

---

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie*, t. XV, p. 1139.

» racines postérieures sans déterminer de contractions musculaires; tandis » qu'en excitant, avec la pointe d'un scalpel, les racines antérieures, les » muscles entrèrent immédiatement en convulsion (1). »

» Je soumets ce passage au jugement de mon honorable confrère. Pour moi, je vois ici l'idée; j'y vois même de premières expériences, demeurées incomplètes. Je reconnais, de grand cœur, que M. Magendie a l'honneur d'avoir fait, le premier, des expériences beaucoup plus nettes et plus complètes que M. Bell. »

Remarques de M. Magendie *à l'occasion de la Note de* M. Flourens.

« Je dois remercier M. Flourens d'avoir bien voulu donner devant l'Académie les explications que j'ai réclamées de lui dans la précédente séance. La plupart des faits qu'il vient de citer me paraissent exacts : seulement il les interprète d'une manière que je ne saurais admettre.

» Et, d'abord, si j'ai gardé le silence dans la circonstance rappelée par mon confrère, personne n'a pu l'interpréter comme une sorte d'abandon de mon droit; car le Rapport fait à l'Académie pour le prix de Physiologie de 1841 dit textuellement que j'*avais cru devoir me récuser, comme ne pouvant pas être juge et partie dans des questions dont je m'étais moi-même beaucoup occupé.* Je passe maintenant aux travaux de Ch. Bell.

» Ces travaux, c'est moi qui, le premier, les ai fait connaître en France. Je les ai analysés dans mon *Journal de Physiologie.* J'ai même fait ressortir leur originalité, dans une lecture faite à une séance publique de l'Académie des Sciences; et, si la découverte qu'on voudrait attribuer aujourd'hui au physiologiste anglais eût été annoncée, ou seulement indiquée dans ses Mémoires, je n'eusse certes pas manqué de la mettre en première ligne et d'en signaler toute l'importance.

» Charles Bell fut très-satisfait de l'accueil que je fis à ses travaux. La preuve qu'il reconnaissait que je lui avais rendu pleine justice, c'est que, le 10 juin 1822, il écrivait dans son journal : « Mes découvertes ont fait plus » d'impression en France qu'ici ; j'ai reçu une seconde Lettre de Magendie,

---

(1) *An idea of a New Anatomy of the Brain ;* London, 1811. Je me sers de la traduction de M. Longet (*Recherches sur les propriétés et les fonctions des faisceaux de la moelle épinière et des racines des nerfs rachidiens, etc.* Paris, 1841, p. 6); et j'en ai vérifié l'exactitude sur les fragments du Mémoire original de M. Bell, insérés dans l'ouvrage de M. Shaw, intitulé : *Narrative of the Discoveries of sir Charles Bell in the nervous system ;* p. 40 et 41.

» qui me dit que si je voulais lui envoyer une courte analyse de mes expé-
» riences, j'aurais la médaille que décerne l'Institut. » (*Biographie* de sir Charles Bell, *Revue Britannique*, octobre 1846.)

» Quiconque a connu la susceptibilité et le caractère ombrageux de Charles Bell, conviendra sans peine qu'il ne se serait pas exprimé de cette manière sur un étranger qui aurait omis, dans l'exposé et l'appréciation de ses travaux, la plus belle de ses découvertes.

» A l'occasion de mes premières publications sur les fonctions des racines, M. Shaw m'écrivit que Ch. Bell avait anciennement fait quelques expériences analogues aux miennes. Il m'envoya une petite brochure datée de 1811, et que Ch. Bell n'avait communiquée qu'à ses seuls amis, dans le but, disait-il, d'avoir leur opinion touchant ses nouvelles idées, encore confuses, sur l'anatomie du cerveau. Je me hâtai d'imprimer textuellement dans mon *Journal de Physiologie* les passages qui avaient trait aux racines, et j'eus soin d'ajouter que ni moi, ni personne en France, n'avions le moindre soupçon de l'existence de cet opuscule. Heureusement, pour mes travaux, il ne contenait rien qui touchât au fait capital, savoir, la distinction entre les deux racines rachidiennes, les unes comme nerfs du sentiment, et les autres comme nerfs du mouvement.

» En effet, Ch. Bell, préoccupé de ses idées sur l'irritabilité, dit simplement qu'*en coupant la racine postérieure, il n'a pas déterminé de contraction dans les muscles, tandis que les muscles se sont contractés quand il a touché avec la pointe de l'instrument la racine antérieure*. Voilà l'expérience telle qu'il la décrit. On voit que non-seulement il n'avait pas distingué les racines en sensitives et en motrices, mais que même le mot SENSIBILITÉ n'avait pas été prononcé. Comment eût-il pu en être autrement, puisqu'il n'agissait que sur des animaux récemment morts?

» En résumé, Ch. Bell avait eu avant moi, mais à mon insu, l'idée de couper séparément les racines rachidiennes; il avait eu également le mérite de découvrir que l'antérieure influence la contractibilité musculaire plus que la postérieure. C'est là une question de priorité dont je lui ai, dès le principe, fait hommage. Maintenant, quant à avoir établi que ces racines ont des propriétés, des fonctions distinctes, que les antérieures président au mouvement, et les postérieures au sentiment, cette découverte m'appartient. Ch. Bell ne l'a point indiquée; il n'a même pu l'entrevoir, puisqu'elle ne ressort en aucune manière de l'expérience qu'il raconte. C'est donc bien mon œuvre, et elle doit rester comme une des colonnes du monument qu'élève depuis le commencement de ce siècle la physiologie française. »

ASTRONOMIE. — *Note sur de nouveaux moyens d'éclairer les fils des réticules et des micromètres ; par* M. Arago.

« La comète nouvellement découverte par M. Hind est très-faible, très-difficile à observer. Quand on éclaire les fils du micromètre, suivant les procédés ordinaires, l'astre disparaît; quand, au contraire, la nébulosité est perceptible, les fils ne se voient qu'avec une peine infinie. Ces circonstances, a dit M. Arago, ont reporté mes pensées sur des projets que j'avais formés il y a plus de vingt-cinq ans; pour arriver à éclairer les fils des micromètres, des réticules, aussi faiblement, aussi instantanément que cela peut être nécessaire, et en laissant le reste du champ dans une complète obscurité.

» M. Arago avait d'abord pensé à se servir de fils diaphanes, de fils de verre, éclairés par une lampe, *latéralement*, c'est-à-dire dans le sens de leur longueur. L'essai ne répondit pas à ce qu'on pouvait en attendre.

» L'idée d'appliquer l'électricité, à l'éclairage des fils métalliques, en platine, des réticules astronomiques, vint à l'esprit de M. Arago, lorsque Wollaston eut exécuté un appareil dans lequel un fil très-fin et excessivement court, devenait lumineux par l'action d'un couple voltaïque, en quelque sorte microscopique, qu'on plongeait dans une dissolution acide très-faible. M. Arago a présenté à l'Académie, l'appareil même dont il vient d'être question. Il en était redevable à l'amitié de l'illustre chimiste anglais, qui voulut bien le faire fonctionner sous ses yeux et ceux de M. Gay-Lussac, pendant un voyage des deux académiciens français en Angleterre.

» Depuis cette époque, M. Arago a souvent reproduit son idée, dans ses cours publics et aux séances du Bureau des Longitudes, mais en remarquant, d'une part, qu'il restait à trouver un moyen simple et prompt de faire varier l'intensité lumineuse du fil, et, de l'autre, à s'assurer que les images des objets éloignés, placées près du fil incandescent, ne seraient pas ondulantes (1). Le moyen d'affaiblir et de faire, à volonté, renaître rapidement l'incandescence d'un fil de platine, existant maintenant dans plusieurs appareils du célèbre M. Wheatstone, l'essai du nouveau réticule ne pouvait plus être différé. M. Froment, à qui M. Arago en avait confié l'exécution, a

(1) A l'issue d'une de ses leçons, M. Arago apprit de M. Savary, que cet ingénieux et si regrettable physicien avait, lui aussi, songé à cette application des courants voltaïques. Enfin, en 1838, le savant directeur de l'Observatoire de Naples, M. Capocci, sans avoir eu connaissance de ce qui avait été divulgué en France, annonça qu'il se proposait de soumettre la même idée à l'épreuve de l'expérience. Nous n'avons pas appris que M. Capocci ait donné suite à son projet. (*Voir* les *Comptes rendus* pour 1838, tome VI, p. 242.)

montré, dans ce petit travail, tout ce qu'on pouvait attendre d'un artiste à la fois si instruit et si ingénieux. Les fils passent, presque subitement, de l'obscurité absolue à une vive incandescence, et réciproquement; on obtient toutes les intensités intermédiaires avec une égale facilité, avec la même promptitude. Le fil, attaché à des ressorts convenables, reste rectiligne, malgré les énormes changements de température qu'on lui fait subir. M. Arago s'est, enfin, assuré, par une expérience directe, faite, il est vrai, avec un faible grossissement, que des images placées très-près du fil rouge n'ondulent pas sensiblement, et qu'elles n'éprouvent point de déviation permanente s'élevant à une seule seconde.

» L'instrument exécuté par M. Froment, a été mis sous les yeux de l'Académie. M. Arago a annoncé que, dans une autre communication, il montrerait comment on peut l'appliquer à la solution de diverses questions spéciales de photométrie.

» Pendant que M. Froment travaillait à la construction du nouveau micromètre, a dit M. Arago, mon ami, M. Breguet, voulait bien, à ma prière, chercher à réaliser une autre solution du problème. Je désirais me servir d'un fil rendu rouge par l'électricité galvanique, pour éclairer les fils d'un réticule ordinaire. Ce fil *éclairant* étant très-mince, je demandais qu'on le plaçât *dans* le porte-oculaire même, en telle sorte qu'il éclairât les fils du réticule, par leurs côtés tournés vers l'observateur, et que ceux des rayons lumineux que ces fils n'auraient pas arrêtés, allassent s'absorber sur le vernis noir intérieur du tuyau de la lunette, ou s'échapper par l'objectif. Je voulais, en un mot, substituer une lumière électrique, à celle de la lampe dont Fraunhofer faisait usage dans un de ses ingénieux micromètres. La minceur du fil éclairant, devait fournir les moyens de mettre les lentilles de l'oculaire entièrement à l'abri de tout fâcheux reflet. M. Breguet a adopté une disposition différente, et bien préférable, suivant toute apparence.

» Il a fendu transversalement le tuyau du porte-oculaire. C'est au-dessus de la fente, en dehors du tuyau et dans un plan intermédiaire entre la lentille de l'oculaire et les fils du réticule, qu'il a placé son fil éclairant. Cet expédient a complétement réussi.

» Il est inutile de dire que là aussi, on peut réduire ou augmenter à volonté, et dans un temps inappréciable, le pouvoir éclairant du fil, et qu'à l'aide de certaines dispositions les fils aboutissant à la pile ne gênent en rien l'observateur. Tout porte donc à croire que la pile de Volta, dont on a fait déjà de si nombreuses, de si belles, de si singulières applications, figurera

prochainement, comme un auxiliaire utile, dans les instruments astronomiques. »

M. Biot fait hommage à l'Académie d'une collection d'articles qu'il a successivement publiés, depuis quelques mois, dans le *Journal des Savants*, et qu'il a réunis sous ce titre : *Précis de l'Histoire de l'Astronomie planétaire, écrit à l'occasion de la découverte de M. Le Verrier.*

Ces articles seront ultérieurement complétés par trois Notes mathématiques, qui paraîtront dans les cahiers suivants du journal, et dont les deux premières sont déjà sous presse.

RAPPORTS.

GÉOLOGIE. — *Rapport sur le puits artésien commencé par* M. Mulot *dans l'enceinte de la ville de Calais.*

(Commissaires, MM. Arago, Beudant, Berthier, Dufrénoy, Élie de Beaumont rapporteur.)

« L'Académie s'est déjà occupée plusieurs fois d'un puits foré dont le percement a été entrepris à Calais, par M. Mulot, dans le but d'obtenir de l'eau jaillissante destinée à subvenir aux besoins de la population réduite, aujourd'hui, à se servir presque uniquement d'eau conservée dans des citernes.

» En 1844, M. le Maire de Calais a consulté l'Académie sur ce sujet, et dans la séance du 26 août de la même année, MM. Arago, Beudant et Berthier ont été invités à répondre à diverses questions posées par ce magistrat (1).

» Dans la séance suivante (le 2 septembre), les Commissaires ont émis un avis favorable à la poursuite de l'entreprise (2), et le travail a été continué.

» Depuis lors, dans la séance du 10 novembre 1845, l'Académie a reçu une nouvelle Lettre de M. le Maire de Calais, qui la consultait encore au sujet du puits artésien auquel M. Mulot n'avait pas cessé de travailler, et qui lui transmettait des échantillons des terrains traversés par la sonde, du 23 août au 19 septembre. Ces nouveaux documents furent renvoyés à la Commission déjà nommée, à laquelle furent adjoints deux nouveaux Commissaires, MM. Dufrénoy et Élie de Beaumont.

---

(1) *Comptes rendus*, tome XIX (1844), page 409.
(2) *Comptes rendus*, tome XIX, page 484.

» D'après les instances réitérées de M. le Maire de Calais et de M. Mulot, nous venons soumettre à l'Académie le résultat du nouvel examen auquel la Commission s'est livrée.

» Il résulte des documents mis sous les yeux des Commissaires, qu'à la fin du mois de septembre 1845, le puits foré de Calais avait atteint la profondeur de 346^{m},86, en traversant une série de couches dont nous transcrivons ici la désignation telle qu'elle a été relevée par M. Mulot.

Tableau explicatif des différentes natures de terrains rencontrés dans le percement du puits artésien de la ville de Calais.

Au sol	Sable et gravier rapportés	3^{m},00
à 3^{m},00	Sable gris et jaune, avec coquilles et débris végétaux	20,30
23,30	Argile brune sableuse	0,50
23,80	Cailloux roulés et gros silex	2,65
26,45	Argile brune	6,25
32,70	Sable renfermant des cailloux et de gros silex	15,30
58,00	Argile brune	9,00
67,00	Sable argileux	3,30
70,30	Argile sableuse	2,65
72,95	Craie blanche friable et silex épars	91,50
164,45	Craie grise et silex	37,05
201,50	Craie grise argileuse très-dure	75,95
277,45	Craie grise beaucoup plus dure	13,45
290,90	Craie argileuse très-foncée	15,29
306,19	Craie à grains verts	0,90
307,09	Argile brune micacée	4,95
312,04	Argile à grains verts, avec pyrites de fer	1,05
313,09	Argile brune, avec des grains de quartz et des pyrites de fer	1,80
314,89	Grès à grains fins très-dur, avec points verts de silicate de fer	5,81
320,70	Grès calcaires alternant de densité. Épaisseur connue	26,16
346,86	Fin du percement.	

» D'après le tableau de M. Mulot, la sonde est entrée à la profondeur de 314^{m},89 dans un grès à grains fins très-durs, avec points verts de silicate de fer dont elle a traversé une épaisseur de 5^{m},81. Un échantillon qui nous a été présenté comme provenant de la profondeur de 315 mètres, est formé, en effet, d'un grès très-dur, à ciment calcaire, dans lequel on distingue de nombreux grains de quartz et des grains glauconieux. Ce grès se dissout dans les acides avec une vive effervescence et laisse pour résidu un sable fin formé de grains anguleux, mais souvent usés sur leurs angles, de quartz hyalin transparent, le plus souvent incolore, quelquefois seulement traversé

de très-petites veines rouges et de grains irréguliers de silicate de protoxyde de fer d'un vert sombre. Ce grès appartient évidemment au terrain crétacé inférieur et fait partie du grès vert inférieur des géologues anglais. Il représente assez bien certaines parties dures de la division supérieure du grès vert inférieur du comté de Kent, en Angleterre, désignées sous le nom de *Kentish-rag* (1), et il est probable que, par son âge géologique, il correspond à peu près au *tourtia* des mineurs de Valenciennes.

» Ainsi, à l'époque où M. le Maire de Calais consulta l'Académie pour la première fois, le forage n'avait pas complétement traversé le terrain crétacé, et, comme les Commissaires l'avaient pensé, il s'y maintint encore pendant longtemps; mais, ainsi qu'il était également naturel de s'y attendre, il a fini par en atteindre la base, et c'est à la profondeur de 320^{m},70 que le changement de terrain s'est manifesté.

» A cette profondeur, la sonde a rencontré et a traversé, sur une épaisseur de 26^{m},16, jusqu'à la profondeur de 346^{m},86, qui n'a pas encore été dépassée, des roches d'une nature toute nouvelle. M. Mulot les désigne comme des grès calcaires alternant de dureté; mais les échantillons mis sous nos yeux ne nous ont présenté qu'un calcaire compacte, d'un gris tirant sur le brun et d'une texture un peu globulaire, sans être cependant distinctement oolithique. Ce calcaire renferme quelques parties spathiques miroitantes et des petits filons très-minces de spath calcaire blanc; il se dissout dans les acides avec une très-vive effervescence et sans laisser aucun résidu, mais en dégageant une légère odeur de bitume. Tous ses caractères tendent à le faire rapporter aux calcaires dits de transition ou paléozoïques, à ceux dont on trouve des affleurements dans le Bas-Boulonnais, aux environs de Fiennes, de Ferques et de Marquise. On pourrait, sans doute, signaler quelques analogies entre ce calcaire et les calcaires compactes que M. le docteur Fitton a signalées dans la division inférieure du grès vert, près de Folkstone (2); tout nous porte cependant à le comparer plutôt aux calcaires paléozoïques du Bas-Boulonnais, et particulièrement à ceux de ces calcaires qui correspondent au *calcaire carbonifère* des géologues anglais.

» Il résulterait de là, qu'au-dessous de Calais, de même que dans plusieurs points du Boulonnais, de même qu'aux environs d'Arras, de Valen-

---

(1) D^{or} Fitton, *On the strata below the chalk. — Transactions of the geological Society of London*; 2e série, t. IV, p. 117.

(2) D^{or} Fitton, *On the strata below the chalk. — Transactions of the geological Society of London*; 2e série, t. IV, p. 126.

ciennes, de Douai, de Lille, etc., le terrain crétacé inférieur reposerait directement sur le terrain carbonifère ou sur ceux qui le supportent immédiatement : circonstance qui était la plus probable qu'on pût imaginer à priori.

» Mais que devrait-on conclure de la vérification de cette conjecture relativement à l'avenir du puits artésien de Calais? Le fait de la rencontre d'un calcaire appartenant au terrain paléozoïque doit-il augmenter ou diminuer l'espérance de trouver de l'eau jaillissante en continuant le forage? L'état de dislocation dans lequel se trouvent généralement les terrains anciens ou paléozoïques sur lesquels reposent les terrains secondaires du nord de la France, rend extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, de faire, à priori, aucune conjecture sur la manière dont les eaux douces, venant des parties élevées du continent, peuvent circuler dans leur intérieur, et cet état de dislocation tendrait certainement à affaiblir les espérances qui s'attachaient au puits artésien de Calais, si des succès obtenus dans des circonstances fort analogues ne pouvaient être cités pour les relever.

» Nous voulons parler ici des eaux jaillissantes que M. Degousée a trouvées à Lille, dans le calcaire carbonifère, après avoir traversé tout le terrain crétacé sans en rencontrer.

» A Lille et aux environs, le terrain crétacé, beaucoup moins épais, à la vérité, qu'à Calais, repose, dans une grande étendue, sur le calcaire carbonifère, ainsi que de nombreux sondages l'ont constaté. A Lille, les eaux qui existent, soit dans la craie, soit dans les couches inférieures du terrain crétacé, dont l'épaisseur totale est d'environ 70 mètres, ne s'élèvent pas jusqu'à la surface; mais M. Degousée a obtenu des eaux jaillissantes à la surface du sol, qui est à 22 mètres au-dessus de la mer, en prolongeant ses sondages dans le calcaire carbonifère auquel tout le système crétacé est superposé. Dans le forage de l'esplanade, cet habile sondeur a rencontré l'eau jaillissante après avoir pénétré à 22 mètres dans le calcaire carbonifère; à l'hôpital militaire, il ne l'a rencontrée qu'après avoir traversé 31 mètres du même terrain (1); enfin, à l'hospice civil de Lille comme à l'hôpital militaire, il a rencontré l'eau jaillissante, à la profondeur de 120 mètres au-dessous de la surface du sol, dans le calcaire carbonifère (2), après avoir traversé une épaisseur de ce calcaire plus grande encore que dans les deux forages précédents.

---

(1) *Comptes rendus*, tome XII (1841), page 438.
(2) *Comptes rendus*, tome XIV (1842), page 916.

» On ignore si le calcaire présumé carbonifère, atteint par le forage de Calais, fait continuité avec celui de Lille; mais cette continuité n'a rien d'impossible, et il se pourrait même que le calcaire carbonifère de Calais fût traversé par des canaux aquifères communiquant avec ceux de Lille. Il se pourrait également que le calcaire carbonifère de Calais fît continuité avec celui des environs de Bristol et reçût des eaux dans cette direction. Il serait facile de concevoir encore d'autres combinaisons dont plusieurs seraient favorables à la réussite du forage, et la grande épaisseur que le terrain crétacé a présentée à Calais ne tend pas absolument à diminuer la probabilité de ces conjectures, dont la vérification couronnerait si heureusement les efforts persévérants d'une administration éclairée. D'après cela, et sans nous porter garants du succès, nous croyons pouvoir dire que le moment d'en désespérer n'est pas encore arrivé. Nous craindrions même de commettre une sorte d'inconséquence, si nous ouvrions l'avis d'abandonner un travail qui a déjà coûté plus de 60 000 francs, au moment où il se trouve dans des conditions comparables à celles dans lesquelles d'autres travaux du même genre ont atteint leur but.

» Nous ajouterons que dans le cas, peu probable selon nous, où le calcaire trouvé au fond du forage de Calais appartiendrait à la division inférieure du grès vert, il y aurait lieu de chercher à le percer ainsi que l'argile weldienne qui pourrait se trouver au-dessous, pour atteindre plus bas encore les sables de Hastings.

Conclusions.

» D'après ces diverses considérations, vos Commissaires sont d'avis que rien, dans ce qui leur a été communiqué, ne motiverait, pour le moment, la suspension des travaux du puits artésien de Calais. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *Mémoire sur les modifications que la réflexion à la surface des cristaux doués de l'opacité métallique fait éprouver à la lumière polarisée; par* M. DE SENARMONT. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Biot, Pouillet, Regnault.)

« Un rayon de lumière polarisée avant l'incidence peut toujours être regardé comme formé de la superposition de deux vibrations rectangulaires, l'une parallèle, l'autre normale au plan d'incidence.

» Quand un semblable rayon se réfléchit sur un milieu transparent ordinaire, tout est symétrique autour de la normale et de part et d'autre du plan d'incidence. Les vibrations parallèles et normales à ce plan d'incidence demeurent donc nécessairement parallèles et normales après s'être réfléchies : elles continuent d'ailleurs à vibrer d'accord, puisque le caractère de la polarisation n'a pas changé et que leur superposition reproduit une vibration rectiligne; mais leurs amplitudes sont généralement diminuées inégalement, et l'azimut de la vibration résultante dépend du rapport de ces diminutions: ce rapport est le seul élément inconnu, et il n'est fonction que de l'incidence.

» Ce rapport prend des valeurs remarquables à certaines incidences particulières; il est évidemment égal à l'unité sous l'incidence normale, et, par conséquent, les directions des vibrations incidentes et réfléchies coïncident. Il est égal à zéro sous l'angle de polarisation complète.

» Quand le milieu sur lequel la réflexion s'opère est doué de la réflexion métallique, tout est encore symétrique autour de la normale et de part et d'autre du plan d'incidence; on peut donc répéter les mêmes raisonnements; mais ici les vibrations parallèles et normales au plan d'incidence cessent d'être d'accord après s'être réfléchies. La réflexion établit entre elles une différence de phases, puisque le caractère de la polarisation a changé et que leur superposition reproduit une vibration elliptique. La position et la grandeur relative des axes de l'ellipse dépendent du rapport des diminutions d'amplitude et de la différence de phases produites par la réflexion. Ce sont là, par conséquent, deux éléments inconnus et qui ne sont encore fonction que de l'incidence.

» Ces éléments prennent des valeurs remarquables à certaines incidences particulières; sous l'incidence normale, la différence de phases est évidemment nulle, et le rapport égal à l'unité; la direction de la vibration réfléchie coïncide, par conséquent, avec celle de la vibration incidente. Sous une incidence particulière, le rapport devient un minimum, en même temps que la différence de phases est égale à un quart.

» Quand la réflexion s'opère sur un milieu biréfringent transparent, on ne peut plus regarder généralement tout comme symétrique autour de la normale, ni de part et d'autre du plan d'incidence. Les vibrations parallèles et normales à ce plan ne demeurent donc plus généralement parallèles et normales après s'être réfléchies, et chacune d'elles fournira, pour sa part, au rayon réfléchi, une composante parallèle et une composante normale au plan de réflexion; mais toutes ces composantes continuent à vibrer d'accord, puisque le caractère de la polarisation n'a pas changé et que leur superpo-

sition reproduit une vibration rectiligne. L'azimut de cette vibration est déterminé par le rapport des amplitudes des vibrations parallèles et normales au plan de réflexion : c'est le seul élément inconnu; mais ici cet élément n'est pas seulement fonction de l'incidence, il est encore fonction de l'inclinaison de la face réfléchissante sur les axes du cristal, et, pour une face déterminée, de l'inclinaison du plan d'incidence sur les mêmes axes.

» La puissance biréfringente de la matière ajoute ainsi aux phénomènes généraux de la réflexion sur les corps transparents ordinaires, quelques propriétés caractéristiques.

» 1°. Une vibration parallèle ou normale au plan d'incidence ne demeure parallèle ou normale, après s'être réfléchie, que pour certaines directions particulières du plan d'incidence;

» 2°. Quand on opère successivement sur la même face, suivant deux directions de ce genre, on trouve, pour une incidence déterminée, des rapports différents entre les diminutions d'amplitudes que la réflexion imprime aux vibrations parallèles et normales au plan d'incidence;

» 3°. Ce rapport passe par zéro à l'incidence de polarisation complète, qui n'est généralement pas la même pour deux directions du plan d'incidence;

» 4°. Sous l'incidence normale, ce rapport est différent de l'unité, et, par conséquent, l'azimut de polarisation du rayon réfléchi se sépare de celui du rayon incident;

» 5°. Ce rapport devient égal à l'unité sous une incidence oblique et seulement pour certaines directions particulières du plan d'incidence : pour cette incidence, l'azimut de polarisation du rayon réfléchi et celui du rayon incident coïncident;

» 6°. Enfin toutes ces choses changent quand on change la face réfléchissante.

» Ces propriétés de la lumière réfléchie, qui sont essentiellement liées à la double direction des ondes réfractées, existent-elles encore quand ces ondes se trouvent anéanties à une très-petite profondeur, parce que le milieu réfléchissant a une constitution qui le rend incapable de propager des vibrations intérieures sans les éteindre?

» S'il en est ainsi, on doit s'attendre à retrouver dans la lumière réfléchie, sur les cristaux doués de l'opacité métallique, les particularités caractéristiques de la réflexion cristalline, compliquées, il est vrai, des propriétés particulières à la réflexion métallique, c'est-à-dire de la différence

de phases qu'elle établit entre les vibrations parallèles et normales au plan d'incidence.

» Ainsi les vibrations parallèles et normales au plan d'incidence ne devront demeurer parallèles ou normales après la réflexion, que pour certaines directions particulières du plan d'incidence.

» En opérant successivement dans ces directions, on doit trouver que, pour une incidence donnée, le rapport des diminutions d'amplitudes des vibrations parallèles et normales au plan d'incidence diffère ainsi que leur différence de phases.

» Cette différence de phases sera égale à un quart sous une incidence qui, généralement, ne sera pas la même pour deux directions du plan d'incidence.

» Sous l'incidence normale, deux vibrations rectangulaires n'éprouveront pas la même diminution d'amplitudes, et la réflexion séparera les directions de la vibration réfléchie et de la vibration incidente.

» Le rapport des diminutions d'amplitudes sera égal à l'unité sous une incidence oblique, et seulement pour certaines directions particulières du plan d'incidence.

» J'ai annoncé depuis longtemps qu'une partie de ces phénomènes se réalisait quand on faisait réfléchir la lumière polarisée sur le sulfure d'antimoine; mais, comme les différences sont assez petites, je m'étais borné à constater le fait sans donner de mesures. L'expérience présentait, en effet, des difficultés particulières, à cause de l'imperfection des surfaces réfléchissantes de l'extrême allongement des ellipses de polarisation, et, par-dessus tout, du grand pouvoir dispersif de la matière, qui fait naître des décompositions de couleurs.

» Toutes ces circonstances et la petitesse des quantités qu'il s'agit d'apprécier, jetteraient d'ailleurs des doutes sur des résultats qui n'auraient d'autre fondement que des nombres ou des mesures, et il s'agissait de trouver un procédé expérimental qui imprimât un caractère spécial à chaque particularité du phénomène, et fournît en réalité un mode sensible de démonstration autant qu'un moyen de mesure.

» Après avoir essayé un grand nombre de méthodes, j'ai fini par adopter la suivante, qui me paraît convenir au but que je m'étais proposé :

» La lumière polarisée traverse une plaque composée de deux quartz perpendiculaires à l'axe, d'égale épaisseur et de rotations inverses; chacun d'eux occupe la moitié du champ du diaphragme objectif. Le faisceau

incident, composé de deux moitiés ainsi modifiées en sens contraire, se réfléchit sur le miroir métallique, puis est analysé par un prisme biréfringent : les deux images produites sont colorées et généralement mi-parties de deux segments de couleurs différentes. En faisant varier l'azimut de polarisation primitive du rayon incident, on trouve un azimut qui donne la même teinte aux deux segments de l'image ordinaire, un autre azimut qui donne la même teinte aux deux segments de l'image extraordinaire.

» Or les principes de Fresnel permettent de traduire en formules chacune des modifications successives qu'éprouve, sur son trajet, le rayon polarisé incident, et l'on déduit de la discussion de ces formules les conséquences suivantes:

» L'angle d'incidence correspondant à une différence de phases égale à un quart est caractérisé par cette circonstance, que les images ordinaire et extraordinaire sont, pour un même azimut de polarisation du rayon incident, de teinte uniforme; que cette teinte uniforme des deux images est, à l'intensité près, complémentaire quand l'azimut de la section principale de l'analyseur est égal à 0 degré ou à 90 degrés; que cette teinte est identique de couleur et d'intensité quand cet azimut est égal à 45 degrés; et qu'enfin, pour quatre directions conjuguées deux à deux, l'image ordinaire ou l'image extraordinaire devient sensiblement incolore, l'autre demeurant colorée.

» L'angle d'incidence pour lequel la réflexion diminue dans le même rapport l'amplitude des vibrations parallèle et normale au plan d'incidence, est caractérisé par cette circonstance, que les images ordinaire et extraordinaire atteignent en même temps l'uniformité, mais restent complémentaires de couleur et d'intensité, quel que soit l'azimut correspondant de l'analyseur.

» Si, pour toute autre incidence et pour un azimut déterminé de l'analyseur, on mesure successivement les deux azimuts de polarisation du rayon incident, qui donnent la même teinte aux deux segments de l'image ordinaire, puis de l'image extraordinaire, on pourra, au moyen de ces trois angles mesurés, calculer la différence de phases et le rapport des diminutions d'amplitudes que la réflexion a imprimées aux deux portions du rayon réfléchi, qui vibrent parallèlement et normalement au plan d'incidence.

» Dans cette manière d'opérer, toutes les particularités caractéristiques du mouvement vibratoire, qu'il s'agit de saisir dans le rayon réfléchi, se manifestent par des phénomènes de couleurs. Si, tout égal d'ailleurs, ces particularités changent avec la direction du plan d'incidence par rapport aux axes du cristal, ces couleurs changeront elles-mêmes, et c'est là une

épreuve nette et décisive à laquelle il est impossible de se tromper et dont les résultats ne peuvent laisser aucun doute.

» Ceci posé, on établit la face de clivage d'un cristal de sulfure d'antimoine, de manière qu'elle tourne dans son propre plan, et l'on peut ainsi, sans rien changer aux rayons incident et réfléchi, étudier ce rayon réfléchi pour toutes les directions de l'axe du cristal par rapport au plan d'incidence. Au moyen des caractères que l'on vient d'énoncer, on reconnaîtra facilement :

» 1°. Que l'angle correspondant à une différence de phases égale à un quart est de $78° \frac{1}{2}$, ou de $76° \frac{2}{3}$, selon que le plan d'incidence est parallèle ou normal à l'axe du cristal, et que le rapport des diminutions d'amplitudes correspondant à ces angles est respectivement de 0,15 et de 0,16;

» 2°. Que sous l'angle d'incidence de 20 ou 21 degrés, le rapport des diminutions d'amplitudes est égal à l'unité quand le plan d'incidence est parallèle à l'axe;

» 3°. Que sous l'incidence normale, les azimuts de polarisation des rayons incident et réfléchi se séparent, et que le rapport des diminutions d'amplitudes qu'éprouvent, dans l'acte de la réflexion, les vibrations parallèles et normales à l'axe, est de 1,062;

» 4°. Que toutes les fois que le plan d'incidence n'est pas parallèle ou normal à l'axe du cristal, un rayon incident polarisé parallèlement et normalement à ce plan d'incidence cesse, après s'être réfléchi, d'être polarisé parallèlement ou normalement, que cette déviation très-sensible est accompagnée de décomposition de couleurs, et que, très-probablement, le rayon réfléchi prend une polarisation elliptique;

» 5°. Qu'enfin, le rapport des diminutions d'amplitudes et la différence de phases que la réflexion, sous une incidence déterminée, imprime aux vibrations parallèles et normales au plan d'incidence, varient avec la direction du plan d'incidence par rapport à l'axe du cristal, et que cette variation atteint son maximum quand le plan d'incidence passe de la direction parallèle à l'axe à la direction perpendiculaire.

» Les analogies qui se trouvent ainsi établies entre les cristaux biréfringents, opaques et transparents, sont plus intimes encore, quand, au lieu d'opérer sur des corps d'une réfringence moyenne, comme le spath calcaire, on soumet à l'observation des cristaux fortement réfringents, comme le protochlorure de mercure. La lumière réfléchie se trouve aussi, dans ce cas, polarisée elliptiquement, et les phénomènes ne diffèrent de ceux que produisent les cristaux à reflet métallique que parce qu'ils sont infiniment

moins prononcés. Ils prêtent, par conséquent, difficilement aux mesures, mais sont toujours reconnaissables aux mêmes caractères.

» On trouvera, dans un Mémoire étendu que j'aurai l'honneur de soumettre très-prochainement à l'Académie, l'application des mêmes méthodes d'expérience à diverses matières transparentes et opaques, non cristallisées et cristallisées, ainsi que des séries d'observations qui embrassent, dans toute leur étendue, les phénomènes produits par le sulfure d'antimoine et par les plus remarquables d'entre ces matières. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note accompagnant la présentation d'un nouvel orgue expressif construit par* M. Stein.

(Commissaires, MM. Seguier, Despretz, Mauvais.)

« Employé pendant plusieurs années dans les principales fabriques de grandes orgues de Paris, j'ai eu occasion, dans le cours des voyages que j'ai faits pour ces différentes maisons, de me convaincre de l'impossibilité où se trouvent un grand nombre de petites localités, de se procurer des orgues à cause du prix trop élevé de ces instruments. J'ai cherché dès lors à faire subir, à l'orgue expressif, quelques modifications qui le rendissent propre à pouvoir suppléer les grandes orgues.

» Quoique moins familier avec la théorie qu'avec la pratique de mon art, je crois avoir atteint ce but. Ainsi j'ai beaucoup amélioré la puissance, la suavité et la promptitude des sons, en substituant aux simples planchers auxquels on adaptait les anches, une case sonore que j'ai graduée, variée, selon la position de chaque note dans l'échelle musicale. Cette case a pour but de remplacer les tuyaux tels qu'on les applique dans les grandes orgues.

» J'ai tout à fait changé le système mécanique, je l'ai réduit à un état de très-grande simplicité: tout est en bois, et mon mécanisme, peu coûteux, n'exige aucun entretien; de sorte que je puis établir l'instrument à un prix si modéré, qu'aucune église de village, aucune communauté n'en sera privée. Toutes les pièces dont l'instrument se compose, peuvent, grâce à la disposition que j'ai donnée aux divers compartiments, être mises à nu, et leur état peut être constaté sans le secours d'un facteur, ce qui est d'un grand avantage pour le propriétaire, et est surtout précieux pour l'exportation.

» L'Académie me pardonnera de ne pas entrer dans de plus longs développements: les résultats auxquels je suis arrivé sont le fruit d'un long travail, de beaucoup de recherches pratiques et de nombreux tâtonnements. C'est donc sur ces résultats plus que sur les principes qui m'ont guidé, que j'ose appeler son jugement. »

L'Académie accepte le dépôt d'un *paquet cacheté* présenté par MM. de la Provostaye et Desains; de deux *paquets cachetés* présentés par M. Ducros, et d'un présenté par M. Maissiat.

La lecture de la Correspondance, vu l'heure avancée, est renvoyée à la prochaine séance.

A 5 heures, l'Académie se forme en comité secret; la séance est levée à 5 heures un quart. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 15 février 1847, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences, 1er semestre 1847, n° 6; in-4°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome XII, n° 8; in-8°.

Prolégomènes des Tables astronomiques d'Oloug-Beg, publiés avec Notes et Variantes, précédés d'une Introduction; par M. Sédillot. Paris, 1847; in-8°.

Encyclopédie moderne. Dictionnaire abrégé des Sciences, des Lettres, des Arts, etc.; nouvelle édition, publiée par MM. Didot, *sous la direction de* M. L. Renier; 60e et 61e livraisons; in-8°.

Expériences relatives aux effets de l'Inhalation de l'éther sur le système nerveux des animaux; par M. Longet; in-8°. (Présenté au nom de l'auteur par M. Roux.)

Annales de la Société royale d'Horticulture de Paris; janvier 1847; in-8°.

Précis analytique des Travaux de la Société des Sciences, Lettres et Arts de Nancy, pendant le cours des années 1808 *et* 1809. Nancy, 1809; in-8°.

Réflexions sur différents caractères que présentent certaines forces dans leur emploi en mécanique, et sur la manière de calculer les effets qu'elles produisent; par M. Dupré. Rennes, 1846; in-8°.

Calendrier universitaire pour l'année 1847; in-12.

Annuaire de la Mortalité génevoise, publié sur l'invitation du Conseil de Santé; par M. Marc d'Espine; 3e publication, années 1844 et 1845. Genève, 1847; in-8°.

Notice sur quelques Sauriens fossiles du gouvernement de Moscou; par M. Fischer de Waldeim. Moscou; in-4°.

Bryologia europæa, seu genera muscorum europæorum Monographice illus-

trata; auctoribus BRUCH, W.-P. SCHIMPER et TH. GUMBEL; fasciculi 32 usque ad 40; in-4°.

Raccolta... *Recueil scientifique de Physique et de Mathématique;* 3e année, février. Rome, 1847; in-8°.

Gazette médicale de Paris; 17e année; n° 7; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; nos 16 à 18; in-folio.

L'Union agricole; n° 139. A.

L'Académie a reçu, dans la séance du 22 février 1847, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences, 1er semestre 1847, n° 7; in-4°.

Institut royal de France. — Académie royale des Sciences. — Funérailles de M. Dutrochet. — *Discours de* MM. BOUSSINGAULT, PAYEN *et* RAYER.

Traité pratique et historique de la Lithotritie; par M. CIVIALE. Paris, 1847; in-8°.

Annales maritimes et coloniales; par MM. BAJOT *et* POIRRÉ; n° 11, janvier 1847; in-8°; et Table de 1846; in-8°.

Guide du Sondeur, ou Traité théorique des Sondages; par M. DEGOUSÉE; 1 vol. in-8°, avec atlas in-8°. Paris, 1847.

Rapport sur le Progrès des Découvertes et des Études géographiques, et sur les Travaux de la Société de Géographie pendant l'année 1846; *par* M. VIVIEN DE SAINT-MARTIN; in-8°.

Rapport fait à l'Académie royale du Gard, sur le Congrès scientifique de Gênes; brochure in-8°.

Bulletin publié par la Société industrielle et agricole de l'arrondissement de Saint-Étienne; 3e série, tome Ier, 2e livraison de 1845; in-8°.

Statistique du département du Var; par M. NOYON. Draguignan, 1846; in-8°.

Nouveau Procédé de Dosage de l'or par la voie humide, et Essais qui s'y rattachent; par M. O. HENRY, de l'Académie de Médecine; brochure in-8°.

Bulletins de la Société libre d'Émulation de Rouen, pendant l'année 1845-1846; in-8°.

Association des Médecins de Paris. — Assemblée générale annuelle, tenue le dimanche 31 *janvier* 1847, *sous la présidence de* M. Orfila; *Compte rendu de* M. PERDRIX, secrétaire général; 1 feuille in-8°.

Revue botanique, recueil mensuel; par M. DUCHARTRE; 2e année, février 1847; in-8°.

Journal des Usines et des Brevets d'invention; janvier 1847; in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; février 1847; in-8°.

Journal de la Société de Médecine pratique de Montpellier; février 1847; in-8°.

Revue médico-chirurgicale de Paris (*Journal de Médecine et Journal de Chirurgie réunis*), *sous la direction de* M. MALGAIGNE; 1re année, février 1847; in-8°.

Journal de Médecine, Chirurgie, Pharmacie et Médecine vétérinaire de la Côte-d'Or, publié par la Société médicale de Dijon; 1re année, n° 11; janvier 1847; in-8°.

L'Abeille médicale; février 1847; in-8°.

An account... *Exposé des observations magnétiques faites à l'Observatoire de l'Université Harvard de Cambridge, Mémoire de* M. J. LOVERING. (Extrait des *Mémoires de l'Académie américaine.*) Cambridge; in-4°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 588; in-4°.

Nachrichten... *Nouvelles de l'Université et de l'Académie royale de Gottingue;* n° 2; février 1847; in-8°.

Delle artigliere... *Des Pièces d'artillerie depuis le* XIVe *jusqu'au* XVIIe *siècle; Lettre de* M. L. CIBRARIO. Turin, 1847; in-12.

Gazette médicale de Paris; n° 8.

Gazette des Hôpitaux; nos 19 à 21.

L'Union agricole; n° 140. A.

ERRATA.

(Séance du 22 février 1847.)

Page 306, ligne 6, *au lieu de* 10h 0m 50s et 62° 21′ 49″,
lisez...... 10h 6m 50s et 62° 31′ 49″.